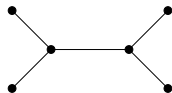


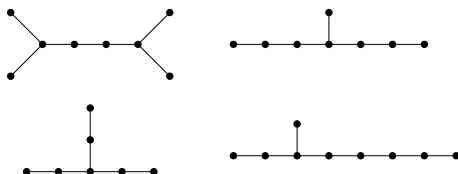
Diszkrét Matematika – 2020/2021-1

I. gyakorlat

1. (4.3) Mik a K_n teljes gráf sajátértékei? Mi $K_{n,m}$ teljes $n + m$ csúcsú páros gráf spektruma?
2. A következő gráf sajátértékei $\pm 2, \pm 1, 0^{(2)}$. Határozd meg a sajátértékekhez tartozó sajátvektorokat, add meg őket úgy ahogy az előadáson láttad, vagyis írd fel őket a gráf egy-egy ábrájára.



3. Mutasd meg, hogy a következő gráfok mindegyikének 2 a legnagyobb sajátértéke, írd fel a megfelelő sajátvektort az ábrára.



4. (4.6) Legyen G legnagyobb sajátértéke λ_1 , legkisebb sajátértéke λ_n . Mutasd meg, hogy $\lambda_1 \geq |\lambda_n|$.
5. (4.12) A d -reguláris G gráf sajátértékei legyenek $d = \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$. Mik \overline{G} sajátértékei?
6. (4.22) Legyen d a G gráf legkisebb, D a legnagyobb fokszáma. Legyen továbbá λ_1 az adjacenciamátrix legnagyobb sajátértéke. Bizonyítsd be, hogy
 - a) $\max\{d, \sqrt{D}\} \leq \lambda_1 \leq D$,
 - b) $\frac{2e(G)}{n} \leq \lambda_1 \leq \sqrt{2e(G)(1 - \frac{1}{n})}$.
7. (4.25) Legyen T fa n csúcson. Mutasd meg, hogy a legnagyobb sajátértéke legfeljebb $\sqrt{n-1}$. Állhat-e egyenlőség a becslésben?