

1. Legyen $G = (V, E)$ irányítatlan, összefüggő gráf és $s, t \in V$. Mutassuk meg, hogy ha s és t távolsága nagyobb, mint $|V|/2$, akkor van a gráfban olyan s -től és t -től különböző v csúcs, amelyen minden s -et t -vel összekötő út átmegegy!
2. Mit számít ki vajon a következő program? Hogyan kell inicializálni?

```

FOR k = 1..n
  FOR i = 1..n
    FOR j = i..n
      IF M(i, k) + M(k, j) < M(i, j) THEN
        M(i, j) := M(i, k) + M(k, j) and P(i, j) := P(k, j)
    
```

3. Adott n ember (történelmi személyiség). Bizonyos X és Y emberpárokról rendelkezünk a következő információval: kortársak voltak (azaz életük intervallumának volt közös belső pontja), X élt előbb vagy Y élt előbb. Adjunk hatékony algoritmust annak eldöntésére, hogy az információk konzisztensek-e!
4. Van három vizeskancsónk, egyenként 4, 7 és 10 literesek. Kezdetben a 4 és 7 literes kancsók tele vannak vízzel, a 10 literes kancsó pedig üres. Egy megengedett lépés a következő: egy kancsóból vizet töltünk át egy másik kancsóba, amíg vagy az egyik kancsó ki nem ürül, vagy a másik tele nem lesz.
Adjunk hatékony algoritmust annak eldöntésére, hogy megengedett lépések sorozatával elérhető-e az az állapot, amikor a két kisebb kancsó valamelyikében 2 liter víz van! Ha ez az állapot elérhető, az algoritmus adja meg az ehhez szükséges lépések minimális számát is!
5. Mutassunk példát arra, hogy ha negatív élsúlyok is szerepelhetnek hibás eredményt ad a Dijkstra algoritmus.
6. Ugyanúgy fut-e le a Dijkstra algoritmus, ha
 - a) minden élsúlyt egy $c > 0$ számmal megszorozunk
 - b) minden élsúlyhoz egy $c > 0$ számot hozzáadunk
 - c) helyes-e negatív élsúlyok esetén a következő algoritmus: keressük meg a legnegatívabb élt, adjuk hozzá ezt az értéket minden élhez, futtassuk a Dijkstrát, persze a választ korrigáljuk vissza.
7. Ha a csúcsoknak is van egy nemnegatív súlya hogyan módosíthatjuk a Dijkstra algoritmust?
8. Mutassuk meg, hogy a Dijkstra-algoritmus futásideje lecsökkenthető $O(m + nk)$ -ra, ha az élsúlyok csak az $1, 2, \dots, k$ értékek közül kerülhetnek ki.
9. Adott n különböző valutánem $T[i, j]$ átváltási táblázata (hány egységet tudok venni j . valutából az i . valuta 1 egységéért). Kezelési költség nincs. Az arbitrázs valutaváltások során az árfolyamok egyenetlenségeinek olyan hasznosítása, amikor egy valuta egy egységét ugyanazon valuta egy egységnél nagyobb értékére váltjuk át egy átváltási lánc során.
 - a) Adjunk hatékony algoritmust annak eldöntésére, hogy a megadott valutaárfolyamok mellett van-e lehetőség arbitrázsra!
 - b) Tegyük fel, hogy a megadott valutaárfolyamok mellett nincs lehetőség arbitrázsra. Adjunk hatékony algoritmust átváltások egy olyan sorozatának megtalálására, amelynek során 100000 forintért a lehető legtöbb eurót vásárolhatjuk!