Véges matematika – haladó **Javító zárthelyi 2.** 2019. december 19.

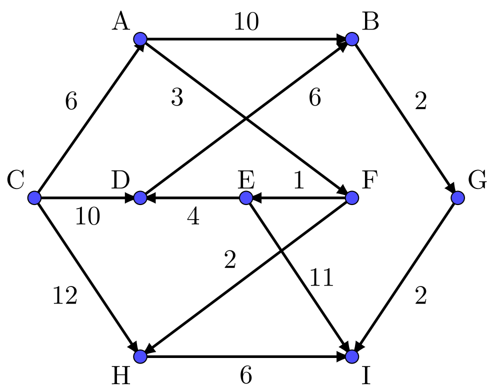
A ZH-n semmilyen segédeszköz nem használható. Bizonyítás nélkül alkalmazható minden, az előadáson vagy a gyakorlaton bizonyított állítás, amennyiben azt pontosan kimondjátok. Minden feladat 10 pontot ér.

1. Hányféle különböző irányított fa van n számozott csúcson?

2. A (sík) mezőn a Birodalom n darab adótornyot álíltott fel úgy, hogy bármely kettő távolsága legalább 1 km. A lázadók réjöttek, hogy ha két torony pontosan 1 km-re van egymástól, akkor a kettő közti kommunikációt le tudják hallgatni. Mutasd meg, hogy legfeljebb $3n-6$ ilyen toronypár van.

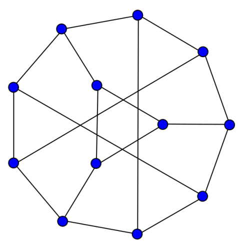
3. Legyen a $T_{a,b}$ gráf csúcshalmaza $\{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{Z}, 1 \leq x \leq a, 1 \leq y \leq b\}$, és él akkor menjen az (x_1,y_1) és (x_2,y_2) csúcsok között, ha $x_1 \neq x_2$ és $y_1 \neq y_2$. Milyen (a,b) párok esetén lesz $T_{a,b}$-ben Euler-kör?

4. Mennyi a legrövidebb idő, amennyi alatt el lehet végezni az alábbi gráffal ábrázolt munkafolyamatokat? Alkalmazd a PERT-módszert a következő gráfra.



5. Van-e olyan 101 csúcsú irányított gráf, ahol minden csúcs pszeudogyőztes? *(Pszeudogyőztesnek nevezünk egy csúcsot ha belőle elérhető bármely másik egy legfeljebb 2 hosszú irányított úton.)*

6. Síkbarajzolható-e az alábbi gráf?



7. A galaxis 80 legjobb fejvadászát meghívták egy kétnapos konferenciára. Minden fejvadász legfeljebb 35 másikat gyűlöl a többi közül. Úgy szeretnénk őket leültetni mindkét nap ebédelni egy 80 fős asztal köré, hogy senki se kerüljön olyan mellé, akit gyűlöl, és mindenkinek mások legyenek a szomszédai a két nap. Mutasd meg, hogy ezt meg lehet csinálni.