Véges matematika 2 zh, első anyagrész
2015. március 23.

A megoldásokat indokolni kell. Az előadáson és a gyakorlaton elhangzott állításokra azok megfogalmazása után szabad hivatkozni. Semmilyen segédeszköz nem használható, számológép sem. Minden feladat 10 pontot ér.

1. A **fölső** (számozott) osztályból indulva, a **javító utak** módszerével növeld a lap alján látható párosítást, míg lehet.

2. A **segédgráfos eljárás** segítségével növeld a lap alján látható folyamot, míg maximális nagyságú nem lesz; a maximalitását pedig igazold egy megfelelő vágás bemutatásával.

3. Panni húsvétra minden locsolójának egy csokinyuszit és egy festett tojást akar ajándékozni. Vett tizenöt különböző csokinyuszit, és megfestett jónéhány tojást. Azonban fontos, hogy az együtt átadásra kerülő csokinyuszi papírjának színe és a tojás mintája harmonizáljanak. Tudjuk, hogy mindegyik nyuszihoz legalább négy tojás illik, és minden tojáshoz legfeljebb három nyuszi.
a) Mutasd meg, hogy Panni legalább húsz tojást festett meg!
b) Igazold, hogy minden nyuszihoz találhat olyan tojást, amellyel együtt ajándékozhatja.

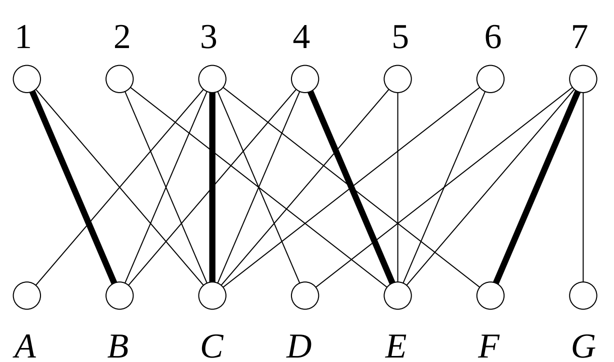
4. Számold ki a következő gráfok kromatikus számát.

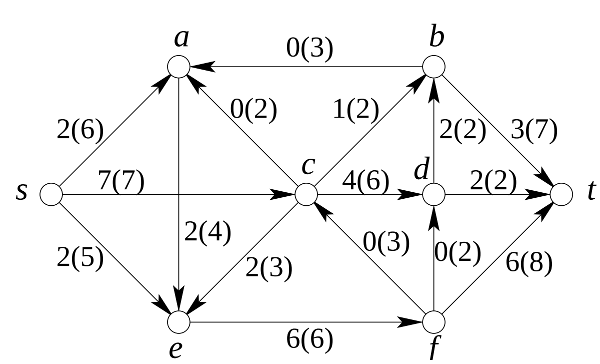
1. A gráf csúcsai a követgkező természetes számok: $1, 2, \ldots 100$. Két számot összekötünk egy éllel, ha az egyik osztja a másikat.
2. A gráf csúcsai a követgkező természetes számok: $1, 2, \ldots 100$. Két számot összekötünk egy éllel, ha a relatív prímek.

5. Legyen a G gráf csúcshalmaza a hat hosszú 0–1 sorozatok halmaza, és két csúcs (sorozat) között pontosan akkor legyen él, ha a sorozatok pontosan egy helyen térnek el egymástól (pl. 001001 szomszédos 101001-gyel, de 010001-gyel nem). Mennyi $\alpha(G)$, $\tau(G)$, $\nu(G)$, $\varrho(G)$, $\chi(G)$[1]?

6. Határozd meg a $\overline{C_n}$ gráf (n csúcsú kör komplementere) pont- és élösszefüggőségi számát!

7. Egy kiránduláson a résztvevõ n házaspár között akarunk szétosztani $2n$ különbözõ csokoládét úgy, hogy mindenki egyet kapjon. Tudjuk, hogy mindenki legalább n fajtát szeret a csokoládék közül, és hogy minden csokoládéra igaz, hogy minden házaspárnak legalább az egyik tagja szereti. Bizonyítsuk be, hogy a csokoládék kioszthatók úgy, hogy mindenki olyat kapjon, amilyet szeret!





[1] Rendre a legnagyobb független ponthalmaz, a legkisebb lefogó ponthalmaz, a legnagyobb független élhalmaz, a legkisebb lefedõ élhalmaz mérete és a kromatikus szám.